

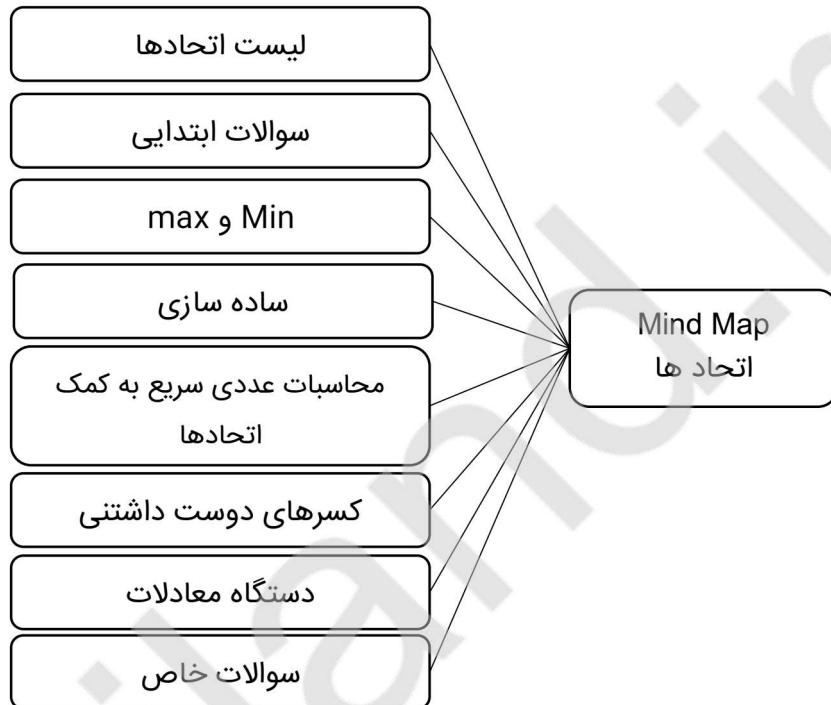
فهرست مطالب ریاضی۱:

شماره فصل	نام فصل	Chapter Name
۱	اتحادها	Identities & Factoring
۲	قدر مطلق	Absolute Value
۳	توان	Exponentials
۴	راديکال	Radicals
۵	اعداد	Numbers
۶	بخش پذیری	Divisibility
۷	ب.م.م و ک.م.م	OBEB & OKEK
۸	اعداد گویا	Rational Numbers
۹	نسبت و تنااسب	Ratios & Proportions
۱۰	معادلات درجه۱	First Order Equations
۱۱	نامعادلات درجه۱	First Order Inequalities
۱۲	مجموعه ها	Sets
۱۳	رابطه و ضرب دکارتی	Relation
۱۴	منطق	Logic
۱۵	تابع	Functions
۱۶	اپراتور	Operation
۱۷	همنهشتی	Modular Systems

Identities & Factoring

اَتْحَادُهَا

$$(a + b)^n$$



لیست اتحادهای مهمی که باید حفظ باشید:

$$\text{اتحاد اول (مربع دو جمله ای)} \quad \begin{cases} (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \rightarrow a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \\ (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \rightarrow a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab \end{cases}$$

$$\text{اتحاد دوم (مربع سه جمله ای)} \quad (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$\text{اتحاد سوم (مزدوج)} \quad a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$\text{اتحاد چهارم (چاق و لاغر)} \quad \begin{cases} a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \\ a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \end{cases}$$

$$\text{اتحاد پنجم (مکعب دو جمله ای)} \quad \begin{cases} (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \rightarrow a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \rightarrow a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \end{cases}$$

$$\text{اتحاد ششم (جمله مشترک)} \quad (x-a)(x-b) = x^2 - (a+b)x + ab$$

مثلث خیام-پاسکال:

$(a+b)^0$	1
$(a+b)^1$	1 1
$(a+b)^2$	1 2 1
$(a+b)^3$	1 3 3 1
$(a+b)^4$	1 4 6 4 1
$(a+b)^5$	1 5 10 10 5 1
:	:
:	:





uniland.ir



miladmoghaddam



@uniland_yos



سوالات ابتدایی:

مثال ا: (پیراچ پاش میم)

$$\frac{(x-y)^3}{(y-x)^3} + \frac{(x-y)^2}{(y-x)^2} = ?$$

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

مثال ا:

$$x, y \in \mathbb{Z}^+$$

$$x^2 - y^2 = 13 \rightarrow x + y = ?$$

- A) 13 B) 22 C) 33 D) 36 E) 42

مثال ب:

$$x^2 + y^2 = 36,$$

$$xy = 10 \rightarrow |x - y| = ?$$

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

مربع کامل کردن:

آقا این داستان مربع کامل کردن چیه؟



@miladmoghaddam_



@uniland_yos

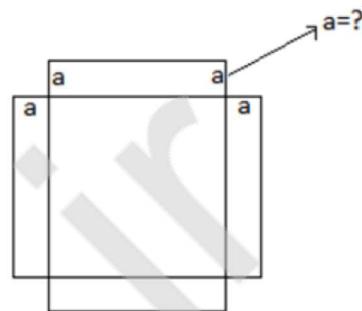


بذریعه سوال جالب که تو آزمون کارابوک ۲۰۲۰ اومند بود رو بهتون نشون بدم؛

مثال ۴: (رانشله کارابوک ۲۰۲۰)

In the shape below, there is one square and 4 equal rectangle. If the area of the shape is represented with $x^2 + 10x$, what would be the short edge of the rectangles? ($a = ?$)

- A) 10
- B) 5
- C) 4
- D) $\frac{5}{2}$
- E) $\frac{5}{4}$



به تیپ مهم سوال های اتحاد زیر دقت کنید:

مثال ۵:

$$x^2 - 6y + y^2 + 4x = -13 \rightarrow x + y = ?$$

- A) -2
- B) -1
- C) 0
- D) 1
- E) 2

مینیمم و ماکزیمم:

مثال ۶:

$$x^2 - 10x + 28 = A \rightarrow \min(A) = ?$$

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



Yönlendirme
Ünitesi

$$a^2 - 8a + b^2 - 6b + 18$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

What is the smallest value of the expression?

- A) 7
- B) 6
- C) -6
- D) -7
- E) -8

(YÖS) : 1. Ünite

$$x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow \max \left\{ \frac{182}{x^2 + y^2 - 4x + 6y + 26} \right\} = ?$$

- A) 11
- B) 12
- C) 13
- D) 14
- E) 15

(YÖS) : 9. Ünite

$$x, y \in \mathbb{Z}^+$$

$$x^2 + 6x - 6y - y^2 = 20$$

$$x + y = 4$$

$$x^2 - y^2 = ?$$

- A) 8
- B) 10
- C) 12
- D) 14
- E) 16

تجزیه به روش A گیری:

تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک رو ببینید:

$$(x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$$

در عبارت $x^2 - (a + b)x + ab$ همیشه با خودمون می‌گیم دو عدد a و b پیدا کن که جمع شان (a + b) و

ضرب شان ab بشه!

مثال:

$$x^2 - 5x + 6 =$$

$$x^2 + 10x + 21 =$$

مثال :

$$\frac{a^2 - 10a + 21}{a^2 - 10a + 25} \cdot \frac{a^2 - 6a - 7}{a^2 - 4a - 5} = ?$$

- A) $\frac{a-3}{a-5}$ B) $\frac{a-3}{a+5}$ C) $\frac{a+3}{a-5}$ D) $\frac{a+3}{a+5}$ E) $\frac{a+5}{a-3}$

مثال :

$$\frac{x^2 + kx - 6}{x^2 + 6x + 4m} = \frac{x+3}{x+8}$$

$$\rightarrow k + m = ?$$

- A) -5 B) -4 C) -3 D) 1 E) 5 c

مثال مثال

$$m \in \mathbb{Z}^+$$

$$\frac{x^2 - mx + 36}{(x-1)(x-5)}$$

Bü kesrin sadeleştirilebilir bir kesir olduğu bilindiğine göre, en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?
If we know that the fraction above can be simplified, which of the following is its simplified form?

- A) $\frac{x-3}{x-5}$ B) $\frac{x-4}{x-1}$ C) $\frac{x-18}{x-5}$ D) $\frac{x-9}{x-1}$ E) $\frac{x-36}{x-5}$

اما حالا اگه يكم ریخت و قیافه سخت تر داشته باشن چطور؟ مثال:

$$3x^2 + 11x + 6 = ?$$

اینجا دیگه باید یه کارایی کرد و بعد رفت سراغ اتحاد جمله مشترک. روش A گیری رو با هم کار می کنیم. بینید:

مثال مثال

$$10x^2 + 3x - 1 = ?$$

$$8x + 2x - 15 = ?$$



miladmoghaddam



@uniland_yos



(مهم) اولوچاغ جلسه

$$\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - mx - n}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş hali $\frac{2x+1}{x-2}$ ise, $(m+n)$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) -2 C) 2 D) 1 E) -1

:10 جلسه

 $x, y \in \mathbb{R}$ $x \cdot y < 0$

$$2x^2 + 5xy - 12y^2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = ?$$

A) $-\frac{1}{4}$

B) $-\frac{2}{3}$

C) $-\frac{3}{2}$

D) -3

E) -4



@miladmoghaddam_



@uniland_yos



:۱۷ جلسه

$$x^3 - y^3 = 6$$

$$x^2 + xy + y^2 = 2 \rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = ?$$

- A)1 B)2 C)3 D)6 E)9

:۱۸ جلسه

$$a - b - c = 10$$

$$2ab + 2ac - 2bc = 22$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = ?$$

- A)78 B)88 C)122 D)152 E)162

:۱۹ جلسه

$$\begin{aligned} x + y &= 4 \\ xy &= 3 \end{aligned} \rightarrow x^3 + y^3 = ?$$

- A)16 B)20 C)24 D)28 E)52

:۲۰ جلسه

$$a^3 + (3ab^2) = 14$$

$$b^3 + 3a^2b = 13$$

$$\Rightarrow (a + b) = ?$$

- A)27 B)3 C)-3 D)-13 E)-30



@miladmoghaddam_



@uniland_yos



$$\begin{aligned} a-b &= 5 \\ b-c &= 4 \end{aligned} \rightarrow ab-ac-b^2+bc-a+c=?$$

مثال ۱۲ :

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

نمی تونی ساده کنی؟ تقسیم کن!

مثال ۱۳ :

$$x^3 + x^2 - x - 1 = A.(x^2 + 2x + 1) \rightarrow A = ?$$

- A) $x-1$ B) $1-x$ C) $x+1$ D) $x-2$ E) $x+2$

این فصل پرشده از سوالات ساده سازی، طبق معمول دارم می گردم دنبال سوالات مختلف تا بتونم بهترین دسته بندی سوال ها رو بهتون ارائه کنم.

مثال ۱۴ :

$$3ax + x^2 - 3ay - xy = A(3a + x) \rightarrow A = ?$$

- A) $x-y$ B) $x-3y$ C) $3x-y$ D) $x+y$ E) $ax-y$



@miladmoghaddam_



@uniland_yos





پرسشیں جیسے

$$x = 2 - y$$

$$\rightarrow \frac{(x+y)^3}{x^2 - y^2} = ?$$

- A) $\frac{1}{1+y}$ B) $\frac{1}{1-y}$ C) $\frac{2}{1+y}$ D) $\frac{2}{1-y}$ E) $\frac{2}{2-y}$

(پرسشیں جیسے : ملک ایجنسی)

What is the simplest way of $\frac{(a^2-1)^2}{1-a-a^2+a^3}$

- A) $\frac{1}{a-1}$
 B) $\frac{1}{a+1}$
 C) $a-1$
 D) $a+1$
 E) $a^2 + 1$

(پرسشیں جیسے : ملک ایجنسی)

$$\frac{y^2 - x^2}{x\sqrt{x} + y\sqrt{y} + y\sqrt{x} + x\sqrt{y}} = ?$$

- A) $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ B) $x - y$ C) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ D) $\sqrt{y} - \sqrt{x}$ E) $y - x$



miladmoghaddam



@uniland_yos



: میلاد

$$x - y + 2 = 0$$

$$\rightarrow \frac{x^2 - 3x + 3y - y^2}{x + y - 3} = ?$$

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

(پردازشی علوم) : میلاد

$$\frac{x^2 - y^2 - 4y - 4}{x^2 - 2xy + y^2 - 4} = ?$$

- A) $\frac{x - y - 2}{x - y + 2}$
 B) $\frac{x + y + 2}{x - y + 2}$
 C) $\frac{x + y - 2}{x + y + 2}$
 D) $\frac{x - y + 2}{x + y + 2}$
 E) $\frac{x - y + 2}{x - y - 2}$



@miladmoghaddam_



@uniland_yos



پرستاد

$x+y$ ile $(x+y)^2 - xy$ aralarında asaldır / are relatively primes.

$$\frac{x^2 - y^2}{x^3 - y^3} = \frac{9}{21} \rightarrow |x-y| = ?$$

- A)1 B)2 C)3 D)4 E)5

uniland.ir



@miladmoghaddam_



@uniland_yos

محاسبات عددی سریع به کمک اتحاد ها: بچه ها گاهی نیازه که از اتحاد ها استفاده کنیم تا محاسبات طولانی و بیهوده رو ساده تر انجام بدیم. به مثال های زیر دقت کنید:

مثال ۱۳۰:

$$26 \cdot 65 + 74 \cdot 65 + 26 \cdot 85 + 74 \cdot 85 = ?$$

مثال ۱۳۹:

$$(1001)^2 = ?$$

مثال ۱۴۲:

$$(29)^2 + (23)^2 - 2(21)^2 = ?$$

مثال ۱۴۳:

$$(2017)^2 - (2016)^2 = ?$$





(YÖS ماتحتييلىك ئىمپارىتىسىنىڭ : مەسىھ ئەسلىق)

$$\frac{1111^3 + (-1)^{1111}}{1112 + 1111^2} = ?$$

- A)1111 B)1110 C)1109 D)1108 E)1107

: مەسىھ ئەسلىق

$$a = \sqrt[3]{9} + 1$$

$$\rightarrow a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = ?$$

- A)10 B)9 C)8 D)7 E)6

(YÖS ماتحتييلىك ئىمپارىتىسىنىڭ : مەسىھ ئەسلىق)

$$a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$a^2 - 2\sqrt{3}a + 3 = ?$$

- A)3 B)4 C)5 D)6 E)7



miladmoghaddam



@uniland_yos





:م& علّم

$$a = 100$$

$$b = 199$$

$$\Rightarrow 16a^4 - 32a^3b + 24a^2b^2 - 8ab^3 + b^4 = ?$$

- A)1 B)16 C)32 D) 10^4 E) 99^4

:م& علّم

$$2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 1 = ?$$

- A)118 B)122 C)124 D)127 E)128

:م& علّم

$$x = 0.7$$

$$\rightarrow x^2 + \frac{3x}{5} + \frac{9}{100} = ?$$

- A)1 B)2 C)3 D)4 E)5



miladmoghaddam



@uniland_yos



بازی با متغیر ها، به دو مثال زیر توجه کنید:

(پرایم ۲۰۲۰) مثال ۱:

$$\left(\frac{2^{2x} + 2^{-2x} - 1}{2^{3x} + 2^{-3x}} : \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}} \right)^{-1} = ?$$

- A) 2^x B) 2^{-x} C) $2^x - 1$ D) $2^x - 2^{-x}$ E) $2^x + 2^{-x}$

(پرایم ۲۰۲۰) مثال ۲:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \\ y = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2 b - y^2 b}{x + y} - 1 = ?$$

- A) $a - 1$ B) $\frac{a}{b} - 1$ C) $ab - 1$ D) 1 E) -1

محل اعماق:

Aşağıdakilerden hangisi $(x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24$ ifadesinin çarpanlarından biri değildir?

Which of the following isn't a factor of the expression $(x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24$?

- A) $x + 4$ B) $x + 3$ C) $x + 2$ D) $x - 1$ E) $x - 3$

کسرهای دوست داشتنی: بچه ها گاهی مثال هایی رو می بینید که یک عبارت و معکوسش رو به شما دادن، بعد یه بلای سرش آوردن و جوابش رو خواستن! تیپ این مثال ها رو یاد بگیرید و بشناسید:

مثال ۱۴:

$$x + \frac{5}{x} = 7 \rightarrow x^2 + \frac{25}{x^2} = ?$$

- A) 25 B) 39 C) 44 D) 54 E) 59

مثال ۱۵:

$$x - \frac{1}{2x} = 3 \rightarrow x^2 + \frac{1}{4x^2} = ?$$

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

مثال ۱۶:

$$x^2 + \frac{4}{x^2} = 60 \rightarrow \left| x + \frac{2}{x} \right| = ?$$

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 60 E) 64



: سؤال ملحوظ

$$x^2 - 5x + 1 = 0 \rightarrow \frac{x^4 + 1}{x^2} = ?$$

- A) 21 B) 23 C) 25 D) 27 E) 30

(پوپی اولیا، ۱۴۰۰) : سؤال ملحوظ

$$x^2 - 7x = -4 \Rightarrow x^2 + \frac{16}{x^2} = ?$$

- A) 41 B) 42 C) 51 D) 52 E) 61

(پوپی اولیا، ۱۴۰۰) : سؤال ملحوظ

$$3x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$9x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$$

- A) $-\frac{7}{2}$ B) -2 C) $-\frac{5}{2}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{2}$



إجابات

$$2x^2 - 3x + 5 = 0 \rightarrow \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2} = ?$$

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

مُتَّلِّعٌ (أو مُرْجَعٌ) :

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \quad \text{ise}$$

$$\frac{x^2 - x - 1}{4x} = ?$$

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $-1/4$ D) $\frac{1}{2}$ E) 3



: © علاند

$$(x-y)^2 = 6xy \rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = ?$$

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

مثال ۱۵: (عواملیابی، مجموعه)

$$\frac{a^2 + b^2}{a \cdot b} = 3 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = ?$$

- A) 10 B) 11 C) 7 D) 9 E) 8



مثال ۵۲: (یلدیز تکنیک) ۲۰۲۰

$$a + \frac{1}{a-1} = 6 \Rightarrow (a-1)^2 + \frac{1}{(a-1)^2} = ?$$

- A) 21 B) 23 C) 25 D) 27 E) 33

مثال ۵۳: (یلدیز تکنیک) ۲۰۲۰

$$x + x^{\frac{1}{2}} = 1 \Rightarrow (x + x^{-1})^n = ?$$

- A) 3^n B) 2^n C) -3^n D) -2^n E) 1



(مُتَّلِّمٌ مُّهْبِطٌ) : ۵۴

$$x = 5 + \sqrt{x} \Rightarrow x - \frac{5}{\sqrt{x}} = ?$$

Lütfen birini seçin:

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 2 E) 3

(مُتَّلِّمٌ مُّهْبِطٌ) : ۵۵

$$a - \frac{6}{\sqrt{a}} = 11 \Rightarrow a - 3\sqrt{a} = ?$$

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

سوالات خاص: بچه ها در ادامه سوالات خاصی که در این فصل داده می شه رو برآتون آوردم که بعضی هاشون در ادامه هم کاربرد دارن.

: ۵۶ مثال

$$a+b+c=0$$

$$a.b.c=2 \rightarrow (a+b)^4.(b+c)^4.(a+c)^4 = ?$$

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

: ۵۷ مثال

$$x^3 - 1 = 0$$

$$x \neq 1$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + 2x - 4 = ?$$

- A) 0 B) $5x - 8$ C) $5x + 8$ D) $-5x$ E) $5x$



:01 Üst

$a - b = c - a = x$ olduğuna göre, $(b-a)^2 \cdot (b-c) - (b-c)^2 \cdot (b-a)$ ifadesinin x cisinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

If $a - b = c - a = x$, which of the following is equal to the expression

$(b-a)^2 \cdot (b-c) - (b-c)^2 \cdot (b-a)$ in terms of x ?

- A) x^3 B) $-x^3$ C) 0 D) $2x^3$ E) $-2x^3$

:09 Üst

$$a^2 - ab + 7b = 63$$

$$a - b = 7$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = ?$$

- A) 49 B) 58 C) 63 D) 77 E) 81



@miladmoghaddam_



@uniland_yos



: ۱۰ جلسه

$$t^2 = t + 1$$
$$\rightarrow t^5 = ?$$

uniland.ir