

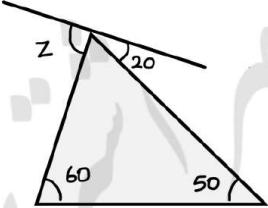
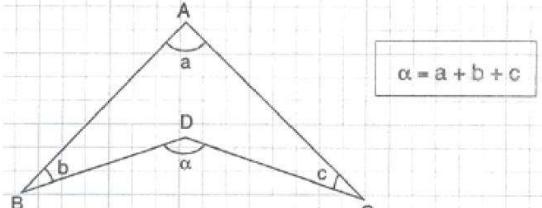
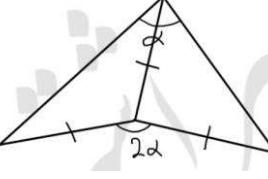
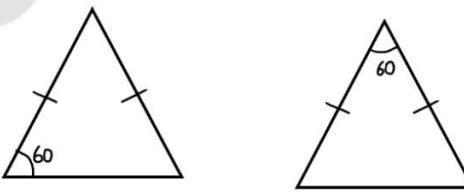
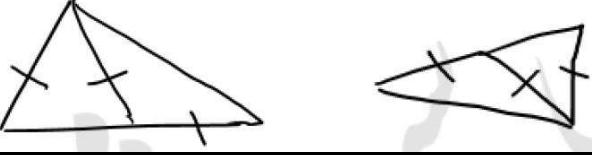
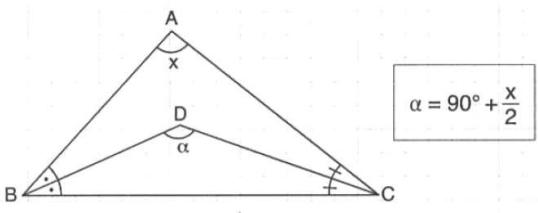
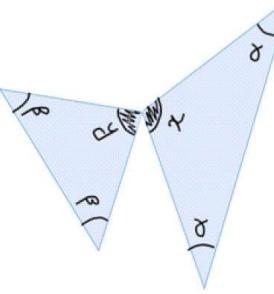
فصل ۱ (خطوط موازی و مورب)

Chapter 1 (Parallel Lines)

	LEFT(L)	RIGHT(R)
1	<p>ساختر Z ساختر U ساختر F</p>	<p>ساختر Σ $d_1 \parallel d_2$ $\Rightarrow \alpha = a + b$</p>
2	<p>ساختر Σ تعمیم یافته</p> $x+y = a+b+c$ <p>ساخترهای Σ تعمیم یافته</p> $a+b+c = 2 \times 180 = 360$ $a+b+c+d = 3 \times 180 = 540$	<p>ساخترهای خاص ۱</p> $C\hat{O}E = ?$ $F\hat{B}E = ?$
3	<p>جفت خط های موازی</p>	

Chapter 2 (Angles in Triangles)

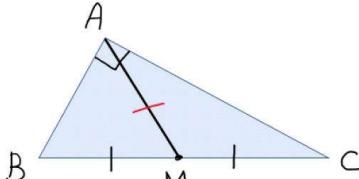
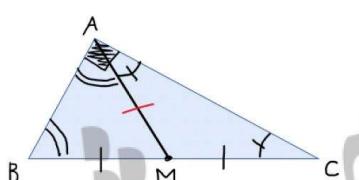
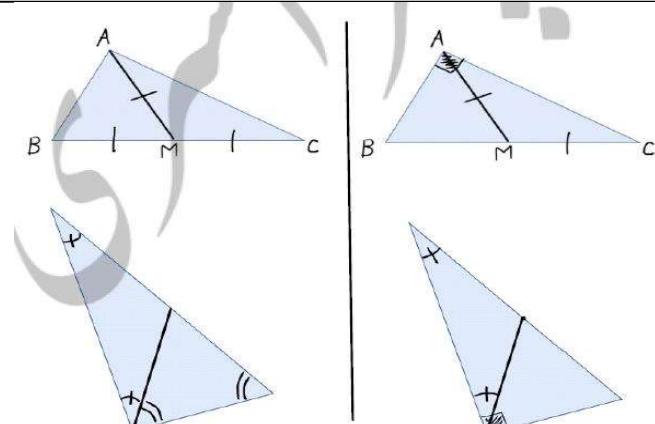
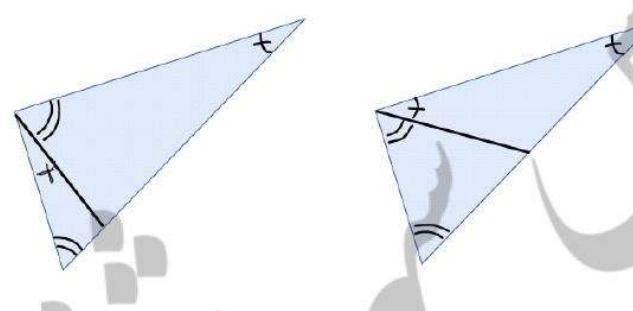
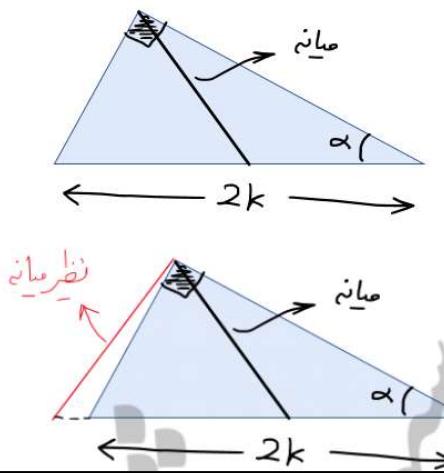
فصل ۲ (زواویه ها در مثلث)

	LEFT(L)	RIGHT(R)
1	 <p>نگاهی دیگر به زاویه خارجی</p>	 <p>$\alpha = a + b + c$</p> <p>بومرنگ</p>
2	 <p>بومرنگ حالت خاص</p>	 <p>نکته ریزا</p>
3	 <p>ساختار خاص ۱</p>	 <p>ساختار خاص ۲</p>
4	<p>۵. زاویه بین نیمسازهای داخلی (مقدماتی)</p>  <p>$\alpha = 90^\circ + \frac{x}{2}$</p>	<p>نکته: دو تابی های خاص!</p> <p>(۱) اگر $x+y = 100 \Rightarrow \alpha+\beta = ?$</p> <p>(۲) اگر $\alpha+\beta = 100 \Rightarrow x+y = ?$</p> <p>یعنی اگر جمع دو زاویه راس را داشته باشیم آنگاه جمع دو زاویه ساق را خواهیم داشت و بالعکس.</p> 

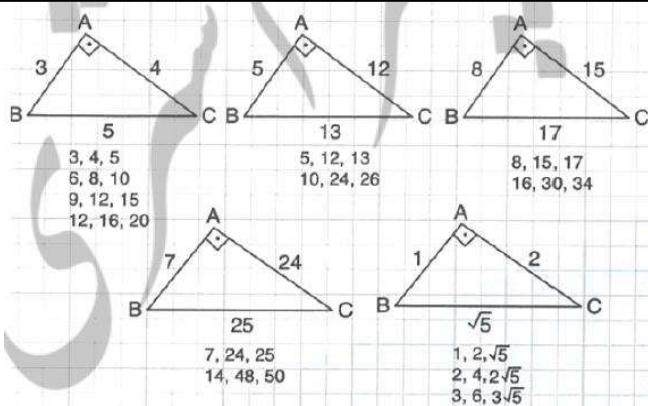
<p>5</p> <p>زاویه بین نیمسازهای مثلث (پیشرفته) زاویه بین دو نیمساز خارجی</p> <p>Diş teğet çemberinin merkezi (Center of excircle)</p> <p>$\alpha = 90^\circ - \frac{x}{2}$</p> <p>محل برخورد نیمسازهای خارجی (مرکز دایره محاطی خارجی)</p>	<p>زاویه بین یک نیمساز داخلی و یک خارجی</p> <p>Diş teğet çemberinin merkezi (Center of incircle)</p> <p>محل برخورد نیمسازهای خارجی (مرکز دایره محاطی خارجی)</p>
<p>6</p> <p>نکته ۱</p> <p>نکته ۲</p> <p>راس منشا</p>	

Chapter 3 (Special Triangles)

فصل ۳ (مثلث های خاص)

	LEFT(L)	RIGHT(R)
1	 	 <p style="text-align: center;">نتایج فرعی</p>
2		 <p style="text-align: right;"> مشخصات میانه: طول: k: زاویه با وتر: 2α </p> <p style="text-align: right;"> مشخصات نظیر میانه: طول: k: زاویه با وتر: 2α </p>

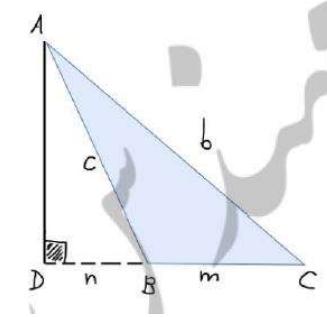
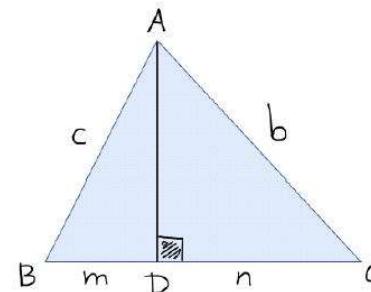
3



ضلع های معروف
(و مضارب آنها)

نکته: به هیچ وجه نیازی
نیست از فیناغورث استفاده
کنید!!

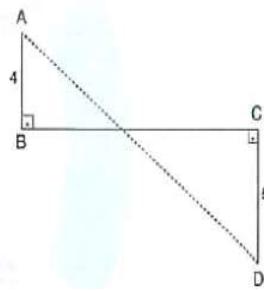
مثلث های بالا زاویه های معروفی ندارند!



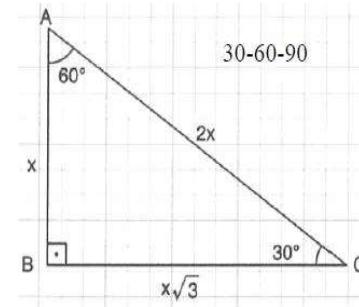
محاسبه ارتفاع در مثلث ها

(دوقاتم الزاویه ای کنار هم)

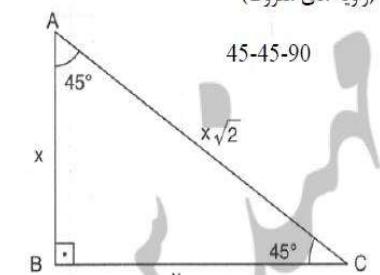
4



(ساختار پله ای)

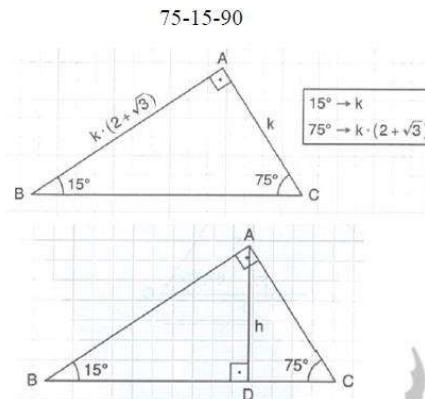


(زاویه های معروف)



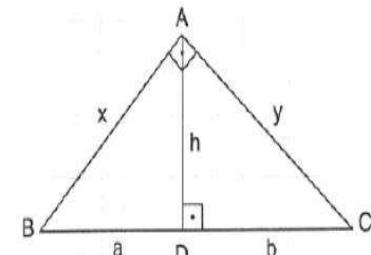
نکته حل مفهومی: اگر یک ضلع را داشته باشیم، بقیه را داریم!

5



1. مثلث قائم الزاویه
(زاویه های معروف)

$$(\sqrt{2} + \sqrt{6}) k = \text{وتر}$$



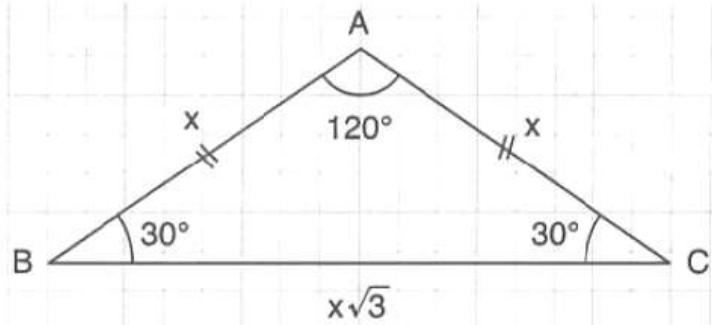
(روابط اقلیدسی)

$$\begin{aligned}\Rightarrow h^2 &= a \cdot b \\ \Rightarrow x^2 &= a(a+b) \\ \Rightarrow y^2 &= b(a+b) \\ \Rightarrow x \cdot y &= (a+b)h\end{aligned}$$

از نظر زاویه ای ساختار
اقلیدسی چگونه است؟!

<p>6</p> <p>(قائم الزاویه) زاویه های معروف</p> <p>$67.5-22.5-90$</p> <p>$k \cdot (1 + \sqrt{2})$</p> <p>$22.5^\circ \rightarrow k$</p> <p>$67.5^\circ \rightarrow k \cdot (1 + \sqrt{2})$</p>	<p>ساختار برباد شده!</p> <p>$[BA] \perp [AD]$</p> <p>$m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$</p> <p>$m(\widehat{BCD}) = 60^\circ$</p> <p>$AB = 5 \text{ br}$</p> <p>$DC = 4 \text{ br}$</p> <p>$\Rightarrow BC = x = ?$</p>
<p>7</p> <p>دو ضلع و یک زاویه میدهه...</p> <p>x</p> <p>6</p> <p>60</p> <p>8</p> <p>دو زاویه و یک ضلع میدهه...</p> <p>x</p> <p>6</p> <p>45</p> <p>30</p>	<p>(معرفی سیک سوال)</p> <p>۲. مثلث متساوی الساقین (میانه، نیمساز و ارتفاع را ای)</p> <p>قضیه نما</p>
<p>8</p> <p>$AB = AC = 5 \text{ br}$</p> <p>$BC = 8 \text{ br}$</p> <p>$CD = 2 \text{ br}$</p> <p>$BD = 6 \text{ br}$</p> <p>$\Rightarrow x = ?$</p> <p>معرفی سیک سوال:</p> <p>نکته: فرمولی دیگر...</p> <p>A) $3\sqrt{5}$ B) $6\sqrt{5}$ C) 6 D) 12 E) $6\sqrt{3}$</p> <p>$AB = 3\sqrt{5} \text{ br}$</p> <p>$AC = 3\sqrt{5} \text{ br}$</p> <p>$BD = 10 \text{ br}$</p> <p>$DC = 2 \text{ br}$</p> <p>$\Rightarrow AD = x = ?$</p> <p>(ساختار خاص)</p>	

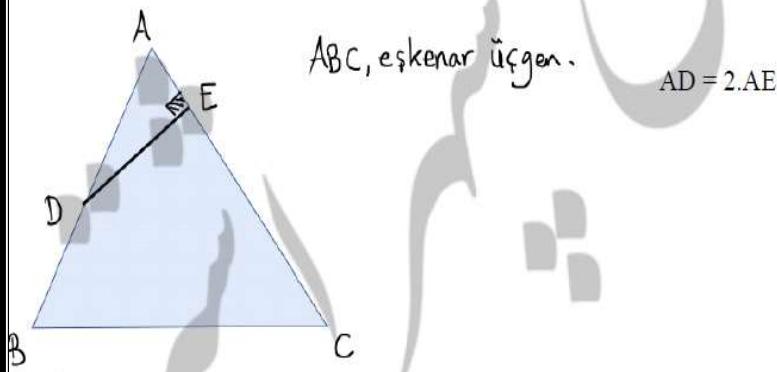
9



ABC eşkenar üçgen
ABC equilateral triangle

$$|AB| = |AC| = |BC|$$

10



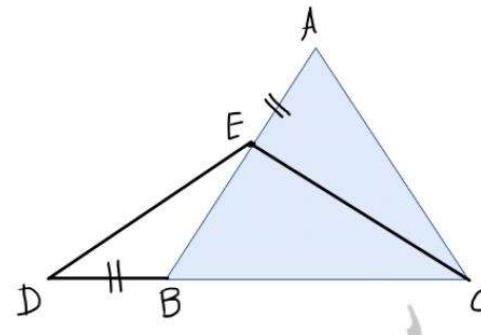
نکته:

(ساختار خاص)

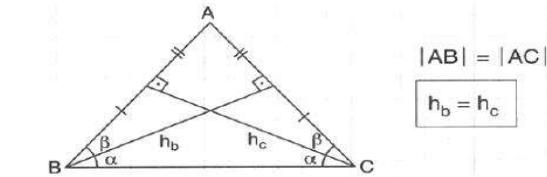
قضیه دو طرفه:



برای دیدن ویدیو نکته
کیو آر کد بالا را اسکن کنید

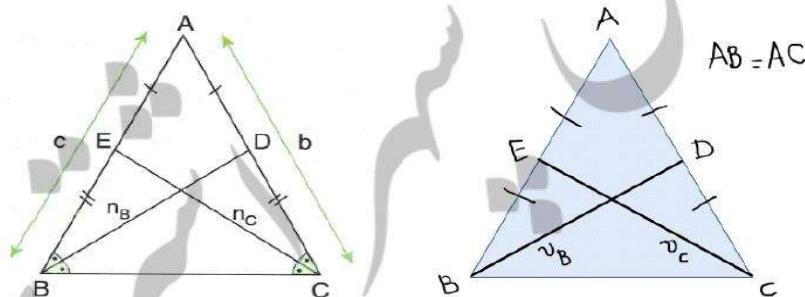


11

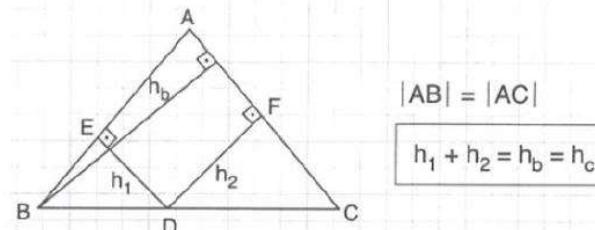


تقارن نسبت به دو ساق

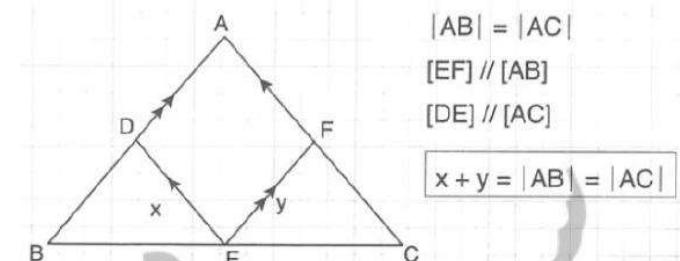
$$|AB| = |AC| \\ h_b = h_c$$



$$AB = AC$$



$$|AB| = |AC| \\ h_1 + h_2 = h_b = h_c$$



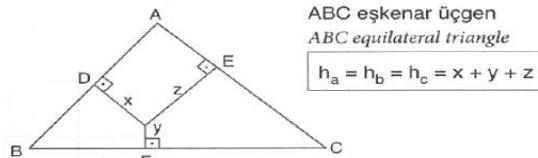
$$|AB| = |AC|$$

$$[EF] \parallel [AB]$$

$$[DE] \parallel [AC]$$

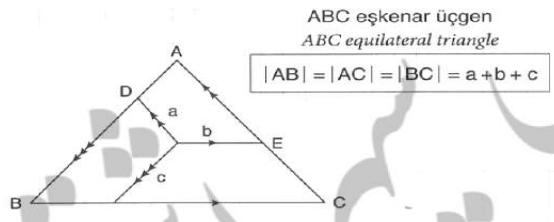
$$x + y = |AB| = |AC|$$

٣. مثلث متساوی الاضلاع



ABC eşkenar üçgen
ABC equilateral triangle

$$h_a = h_b = h_c = x + y + z$$



ABC eşkenar üçgen
ABC equilateral triangle

$$|AB| = |AC| = |BC| = a + b + c$$

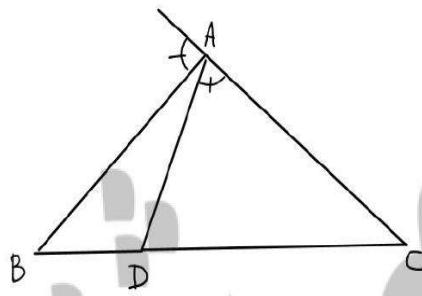
سوال: اگر در ساختارهای بالا نکته وسطی روی یک ضلع برود رابطه چه شکلی می شود؟!

Chapter 4 (Bisector, Median & Height)

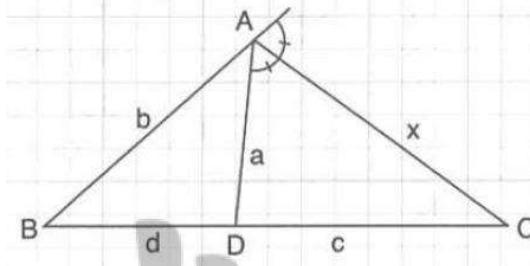
فصل ۴ (نیمساز، میانه و ارتفاع)

	LEFT(L)	RIGHT(R)
1	<p>نیمساز (فاصله از دو ضلع زاویه)</p> $ AB = AF $ $ AC = AG $	<p>نیمساز (فاصله از دو ضلع زاویه)</p> <p>محل برخورد نیمسازها (I) از دید فاصله از ضلع زاویه!</p> <p>I همان مرکز ...</p> <p>مثال</p> <p>ABC üçgeninde I, iç teğet çemberin merkezi IH \perp AB $AH = 3$</p> $[DE] \perp [BC]$ $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC})$ $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{DCB})$ $ AB = 9 \text{ br}$ $ CD = 11 \text{ br}$
2	<p>اتفاقی که در مثلث قائم الزاویه می‌افتد!</p> <p>راس A در قائم الزاویه</p>	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
3	$x^2 = a \cdot b - c \cdot d$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{c+d}$

4

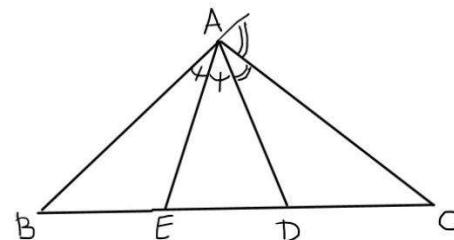


نیمساز خارجی از نگاهی دیگر!
روش های مختلف تشخیص نیمساز خارجی



$$x^2 = c \cdot (c + d) - a \cdot b$$

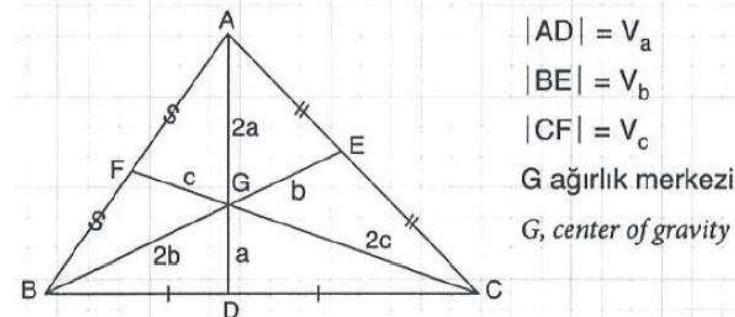
5



۱. نیمساز (داخلی و خارجی مثلث یک راس)

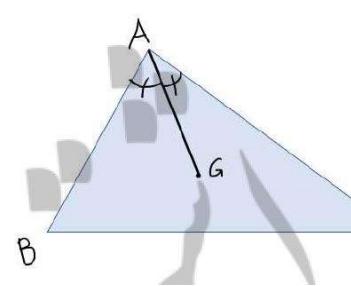
..... زاویه
..... رابطه

سوال: اگر خطی در راس A بر نیمساز داخلی عمود شود....؟

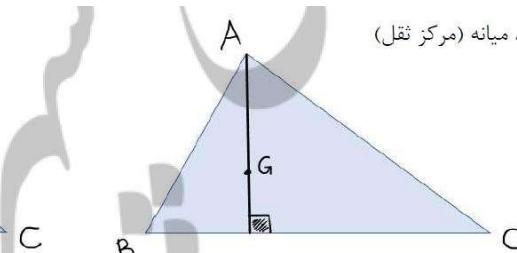


$$\begin{aligned} |AD| &= V_a \\ |BE| &= V_b \\ |CF| &= V_c \\ G \text{ ağırlık merkezi} \\ G, \text{center of gravity} \end{aligned}$$

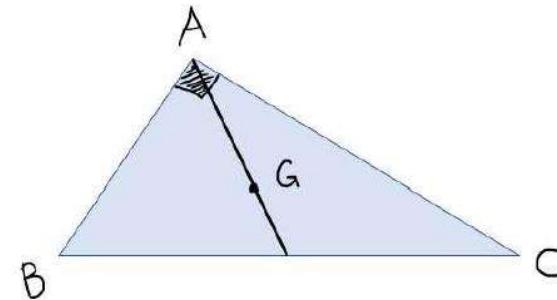
6



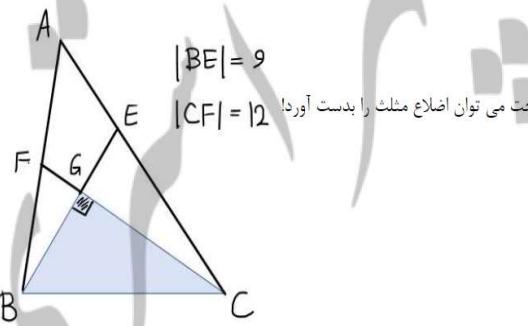
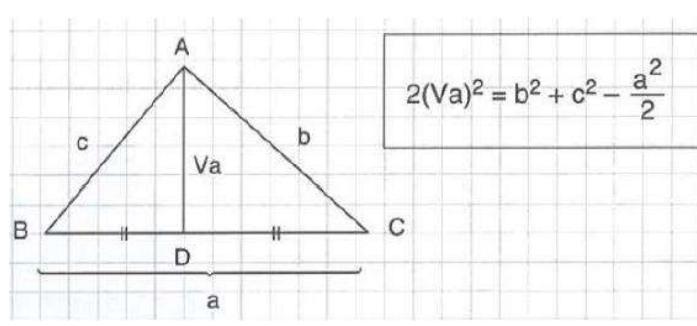
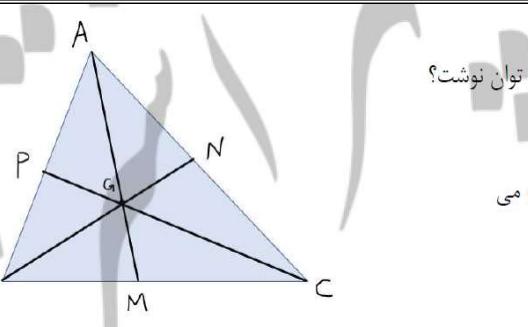
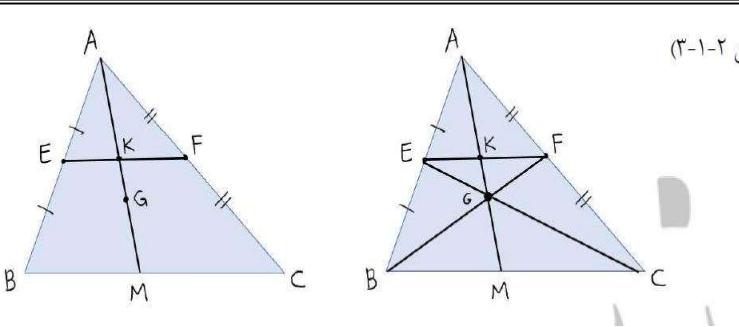
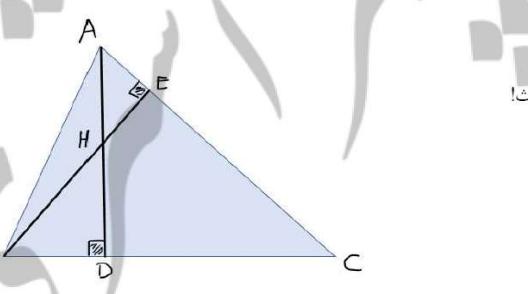
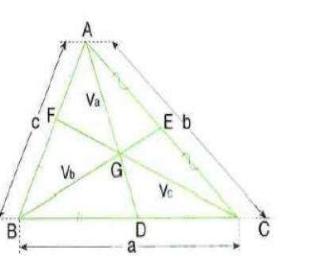
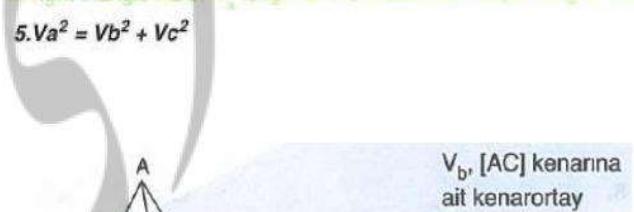
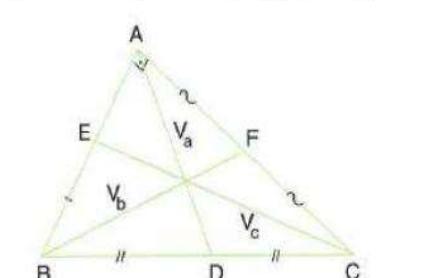
حالت خاص



۲. میانه (مرکز ثقل)



محاسبه طول های مختلف

7	 <p>۲. میانه (مرکز ثقل) نکته: دو میانه عمود بر هم در این حالت با داشتن فقط دو میانه میانه خیلی راحت می توان اضلاع مثلث را بدست آورد! ؟AG=BC مثال</p>	 $2(V_a)^2 = b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}$
8	 <p>۲. میانه (اندازه) در این شکل چند رابطه برای اندازه میانه می توان نوشت? سوال: آیا با داشتن فقط میانه های یک مثلث می توان طول اضلاع آن را بدست آورد؟!</p>	 <p>میانه (قانون ۳-۲)</p>
9	 <p>۳. ارتفاع رابطه بین زاویه ها پس از رسم دو ارتفاع مثلث! مثال (رسم دو ارتفاع)</p>	 $2V_a^2 = b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}$ $2V_b^2 = a^2 + c^2 - \frac{b^2}{2}$ $2V_c^2 = a^2 + b^2 - \frac{c^2}{2}$ $4 \cdot (V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) = 3 \cdot (a^2 + b^2 + c^2)$
10	<p>ABC dik üçgeninde V_a, hipotenüse ait kenarortay uzunluğudur.</p> <p>In right triangle ABC, V_a length of the median corresponding to the hypotenuse.</p> $5.V_a^2 = Vb^2 + Vc^2$  <p>V_b, [AC] kenarına ait kenarortay</p> <p>مثال</p>	<p>رابطه بین میانه ها در مثلث قائم الزاویه</p> 

فصل ۵ (تشابه)

Chapter 5 (Similarity)

	LEFT(L)	RIGHT(R)
1	<p>ABC ~ EFD</p> <p>1. $m(\widehat{A}) = m(\widehat{E})$ $m(\widehat{B}) = m(\widehat{F})$ $m(\widehat{C}) = m(\widehat{D})$</p> <p>2. $\frac{ AB }{ EF } = \frac{ BC }{ FD } = \frac{ AC }{ ED } = k$ $\frac{b}{d} = \frac{a}{f} = \frac{c}{e} = k$ $k \in \mathbb{R}^+, k, \text{oran sabiti}$ $k, \text{ratio constant!}$</p> <p>صورت کلی تشابه</p>	<p>ABC ~ EFD</p> <p>1. $m(\widehat{A}) = m(\widehat{E})$ $m(\widehat{B}) = m(\widehat{F})$ $m(\widehat{C}) = m(\widehat{D})$</p> <p>2. $\frac{ AB }{ EF } = \frac{ BC }{ FD } = \frac{ AC }{ ED } = 1$ $\frac{b}{d} = \frac{a}{f} = \frac{c}{e} = 1$ $b = d, a = f, c = e$</p> <p>$\frac{C(ABC)}{C(DEF)} = \frac{xk}{x} = \frac{yk}{y} = \frac{ IBC }{ IEF } = k$</p> <p>$\frac{C(ABC)}{C(DEF)} = \frac{h_a}{h_d} = \frac{V_b}{V_e} = \frac{n_C}{n_f} = k, \frac{A(ABC)}{A(DEF)} = k^2$</p>

۴. تشابه (ساختارهای پایه زر)

b.
تالس معکوس!
عکس قضیه؟!

رابطه اصلی:

رابطه فرعی:

d.
پروانه ای معکوس!
عکس قضیه؟!

رابطه اصلی:

رابطه فرعی:

۲. تشابه (تالس)

$$[DE] \parallel [BC]$$

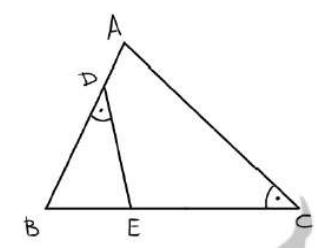
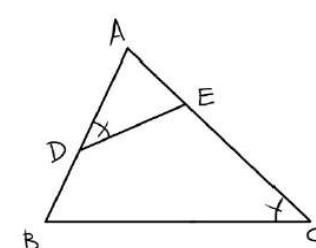
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{x}{y} = \frac{c}{c+d}$$

رابطه فرعی

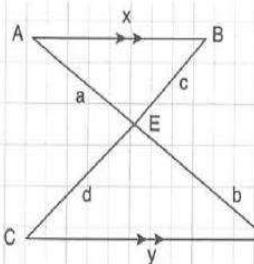
a.
تالس (موازی)
عکس قضیه؟!

رابطه اصلی



2

3

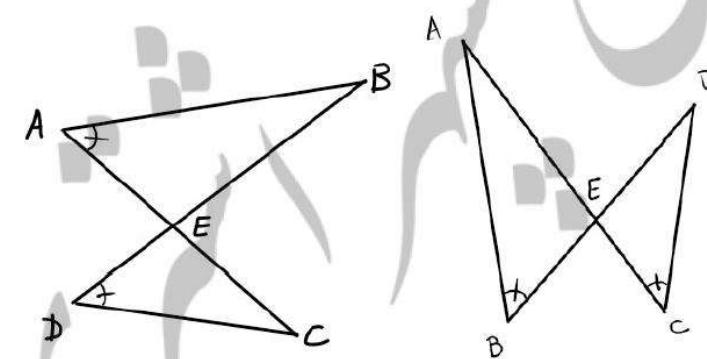


$$[AB] \parallel [CD]$$

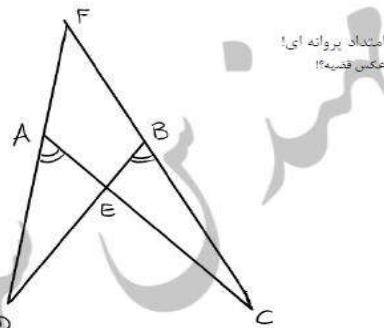
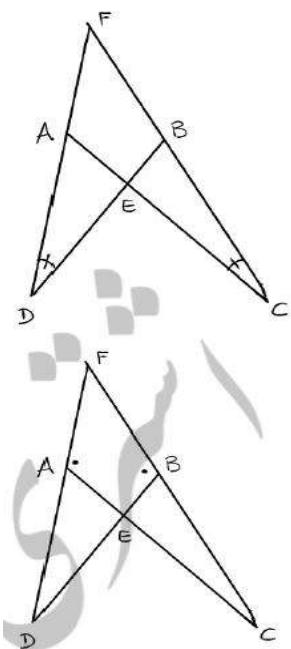
$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

رابطه اصلی

c.
بروونه ای (موازی)
برگارید در متوازی الاضلاع ها
عکس قضیه؟!



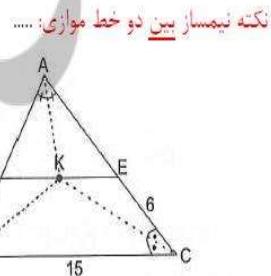
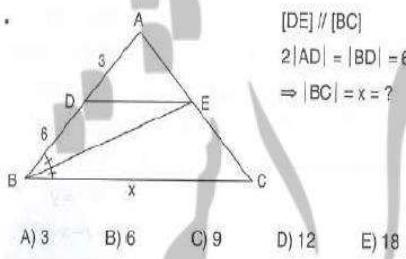
4



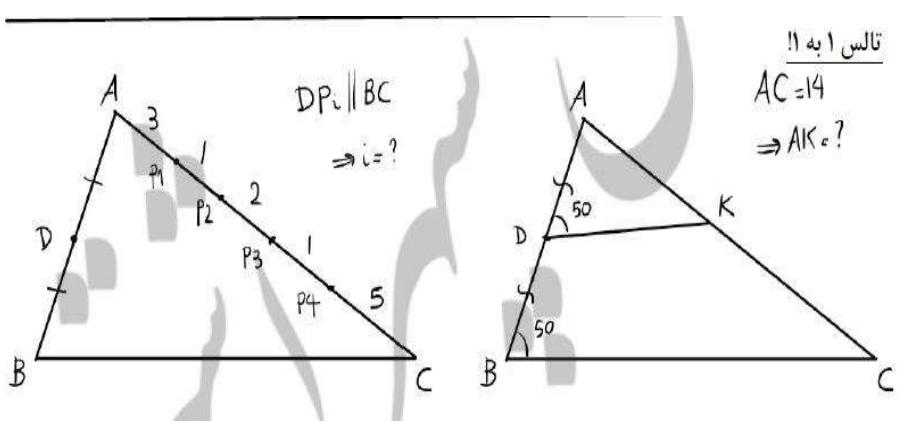
رابطه اصلی:

رابطه فرعی:

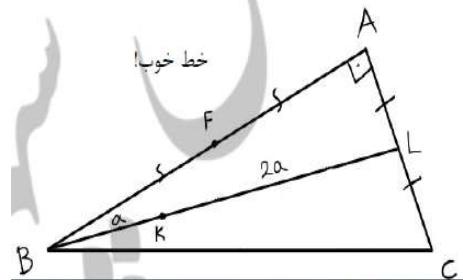
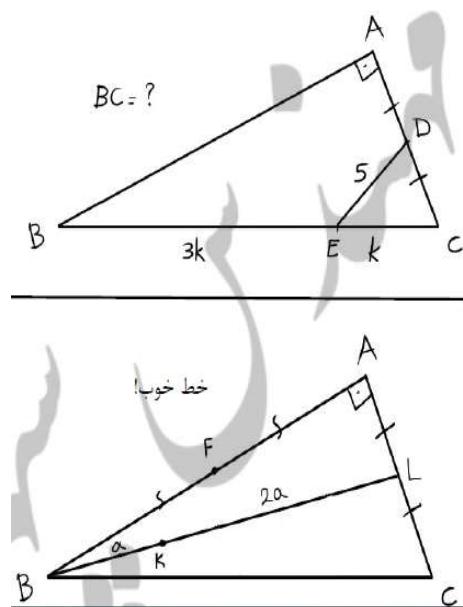
5



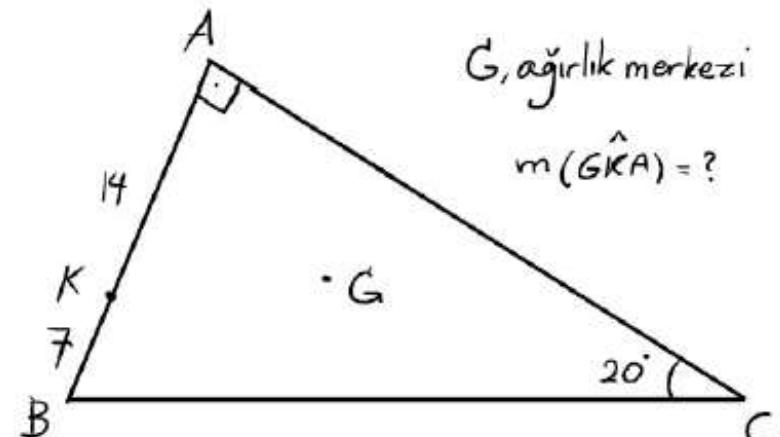
نکته: خط موازی ای که از مرکز I (محل برخورد نیمسازها / مرکز دایره محاطی) میلث رسم شود ...



۳. تشابه (تالس ۱ به ۱ و تالس سازی)



مثال: عکس تالس



نکته: خط موازی ای که از مرکز نقل مثلث رسم شود

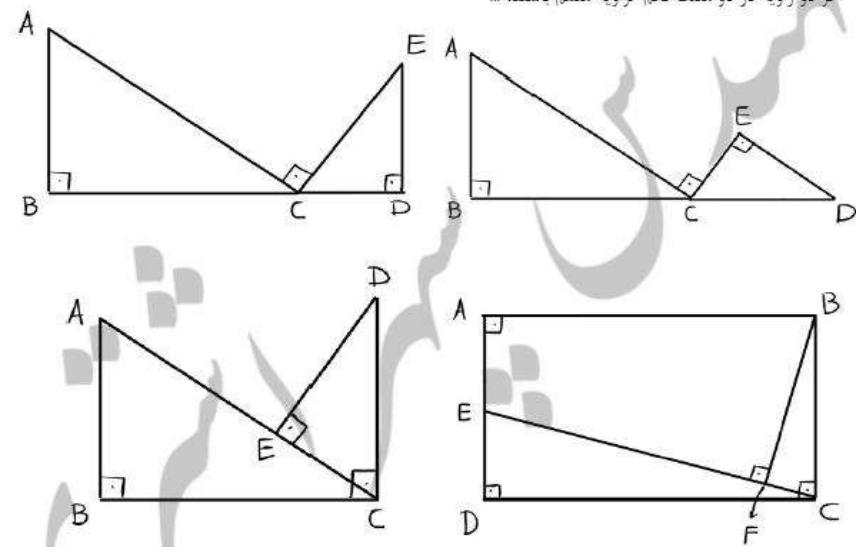
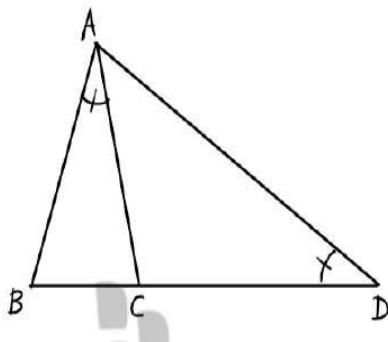
قائم الزاویه ها!

اگر دو زاویه در دو مثلث قائم الزاویه متمم باشند، ...

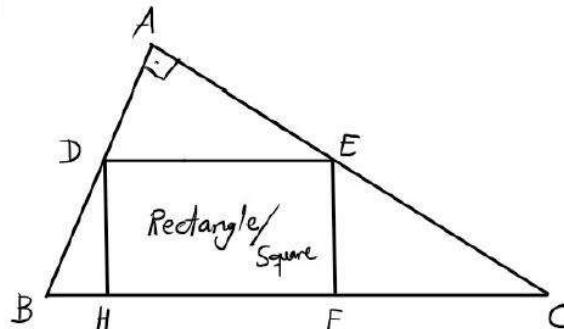
تشابه خوبیدا
عکس قضیه
حالت خاص تالس معکوس
پاداوري: رسم نیمساز و ابجاد مثلث متساوی الساقین

رابطه اصلی: ...

رابطه فرعی: ...

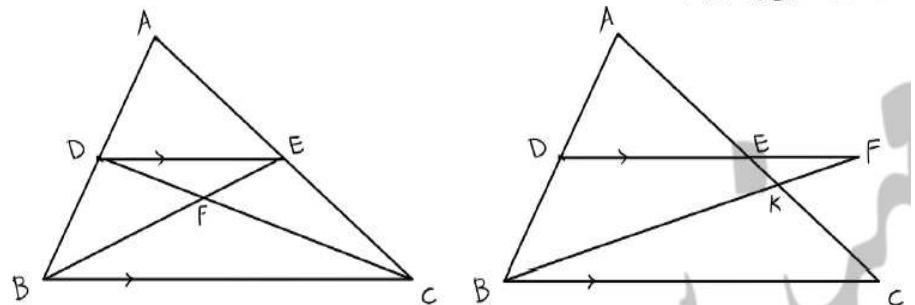


8

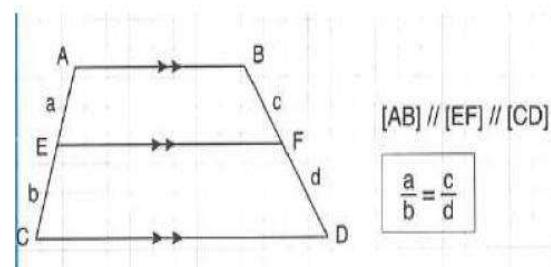


قانون:

تشابه (دو تشابهی پر کاربرد)



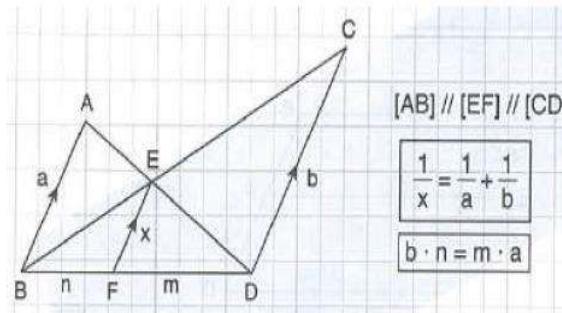
9



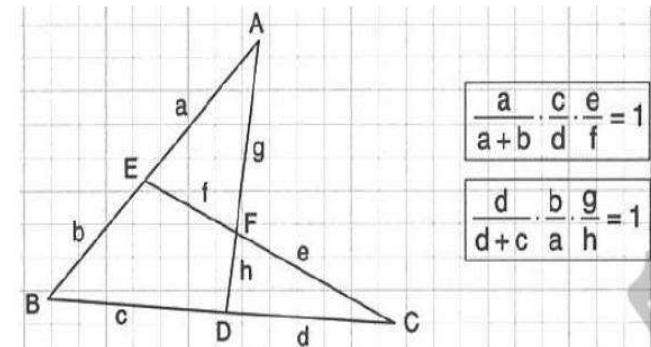
۸. تشابه (تالس ذوزنقه ای)

رابطه برای قاعده ها:

چند تشابه می توان دید؟؟



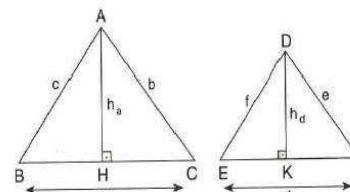
10



کاربرد منلانوس؟!

به چند طریق می توان شکل را دید؟؟

در مسئله کدام دید را اعمال کنیم؟! (خط بی اسم - خط منتقاط)



۹. تشابه (نام کداری - اجزای متناظر)

$$1. \quad \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \Leftrightarrow \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = k \quad (k \text{ benzerlik oranıdır. / } k \text{ is the ratio of similitude.})$$

$$2. \quad \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \Leftrightarrow \frac{h_a}{h_d} = \frac{h_b}{h_e} = \frac{h_c}{h_f} = k$$

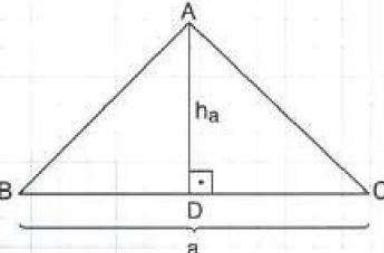
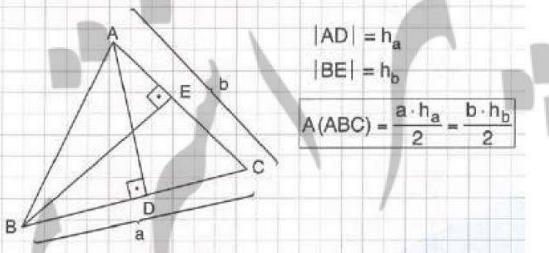
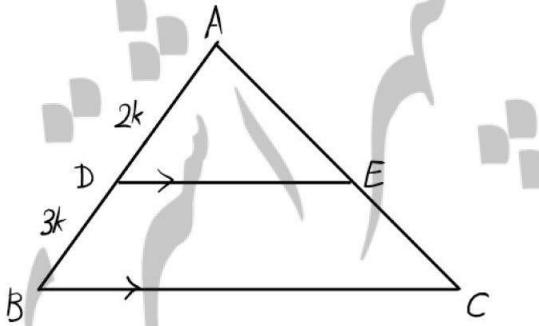
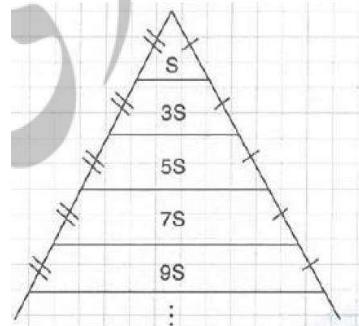
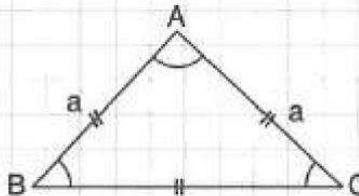
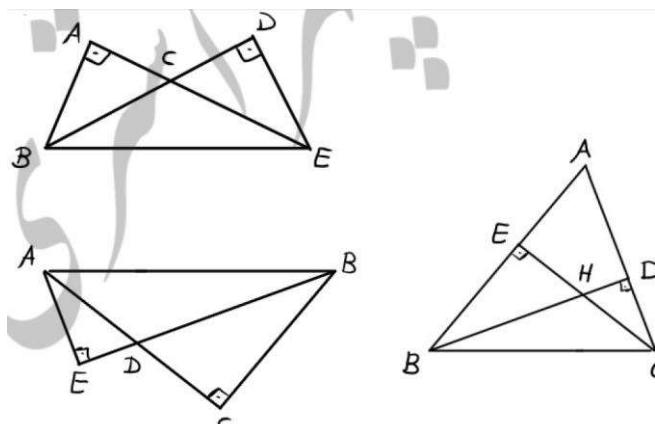
$$3. \quad \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \Leftrightarrow \frac{\vartheta_a}{\vartheta_d} = \frac{\vartheta_b}{\vartheta_e} = \frac{\vartheta_c}{\vartheta_f} = k$$

$$4. \quad \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \Leftrightarrow \frac{n_A}{n_D} = \frac{n_B}{n_E} = \frac{n_C}{n_F} = k$$

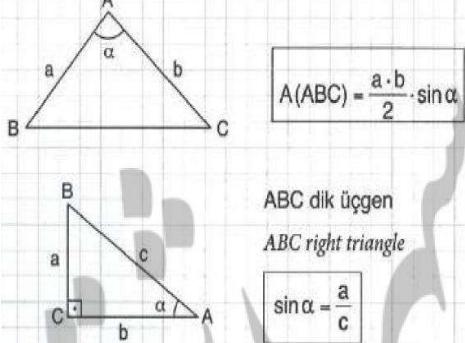
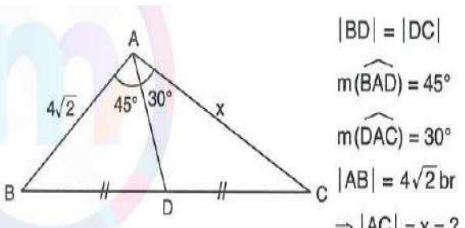
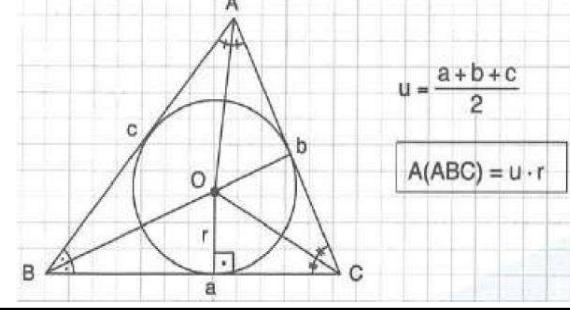
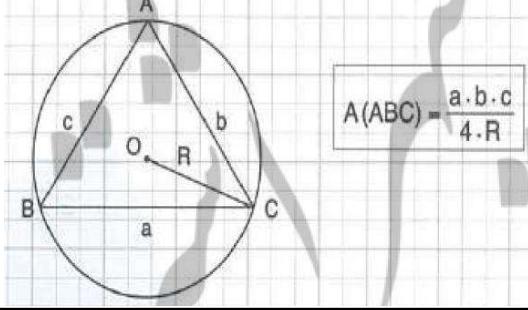
نام کداری در تشابه دو مثلث

Chapter 6 (Area of Triangle)

فصل ۶ (مساحت در مثلث)

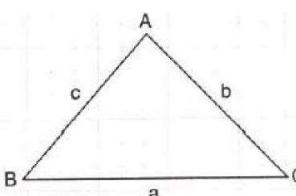
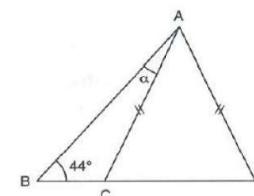
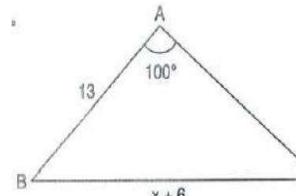
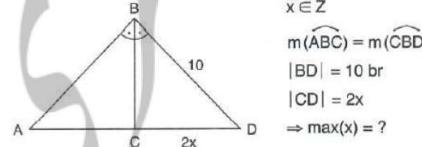
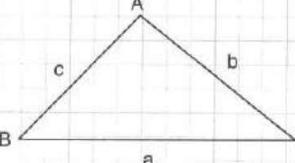
	LEFT(L)	RIGHT(R)
1	 $A(ABC) = \frac{a \cdot h_a}{2}$	 $A(ABC) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2}$ <p>رابطه بین ارتفاع ها</p>
2	 <p>مساحت در تالس_ قسمت های برابر</p>	 <p>مساحت در تالس_ قسمت های برابر</p>
3	 <p>Eşkenar üçgen Equilateral triangle</p> $A(ABC) = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$	 <p>شناسایی ارتفاع خارجی</p>

<p>مساحت بین دو خط موازی</p>	<p>$u = \frac{a+b+c}{2}$</p> <p>$A(ABC) = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$</p>
<p>$\frac{A(ABD)}{A(ADC)} = \frac{a}{b}$</p>	<p>G ağırlık merkezi G, center of gravity</p>
<p>مساحت ها</p>	<p>مسئله خاص!</p>

<p>7</p>  $A(ABC) = \frac{a \cdot b}{2} \cdot \sin \alpha$ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ <p>ABC dik üçgen ABC right triangle</p>	<p>مساحت سینوسی! معرفی سینوس زوایا</p> <p>نتایج مساحت سینوسی!</p>  $ BD = DC $ $m(\widehat{BAD}) = 45^\circ$ $m(\widehat{DAC}) = 30^\circ$ $ AB = 4\sqrt{2} \text{ br}$ $\Rightarrow AC = x = ?$
<p>8</p>  $u = \frac{a+b+c}{2}$ $A(ABC) = u \cdot r$ <p>شعاع دایره محاطی</p> <p>برای هر مثلث شعاع دایره محاطی مثلث قائم الزاویه مساحت مثلث های AOB و ...</p>	<p>شعاع دایره محیطی</p> <p>برای هر مثلث شعاع دایره محیطی مثلث قائم الزاویه</p>  $A(ABC) = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot R}$

Chapter 7 (Triangle Inequalities)

فصل ۷ (نامساوی های مثلث)

	LEFT(L)	RIGHT(R)
1	 <p style="text-align: center;">$m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{C})$</p> $\Rightarrow a > b > c$ <p>۱. روابط ضلع و زاویه این قضیه فقط درون یک مثلث برقرار است نه دو مثلث مختلف!!!</p>	<p>۲. حدود زاویه های گوشی یک مثلث متساوی الساقین...</p>  <p>برای دیدن این نکته کیو آر کد بالا را اسکن کنید!</p>  <p>$\alpha \in \mathbb{Z}$ $AC = AD$ $m(\widehat{ABD}) = 44^\circ$ $m(\widehat{BAC}) = \alpha$ $\Rightarrow \max(\alpha) = ?$</p>
2	 <p><u>b. وجود زاویه ای بزرگتر یا مساوی ۹۰ در مثلث</u></p> <p>$x \in \mathbb{Z}$ $m(\widehat{BAC}) = 100^\circ$ $AB = 13 \text{ br}$ $BC = x + 6$ $\Rightarrow \min(x) = ?$</p>	<p>۳. زاویه های کناری نیمسازهای داخلی یا خارجی</p>  <p>برای دیدن این نکته کیو آر کد بالا را اسکن کنید!</p>  <p>$x \in \mathbb{Z}$ $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{CBD})$ $BD = 10 \text{ br}$ $CD = 2x$ $\Rightarrow \max(x) = ?$</p>
3	<p>۲. روابط ضلع و زاویه</p> <p><u>اگر $A > B > C$ آنگاه می نیم A یا ماکزیمم C!</u></p>	<p>۴. روابط ضلع و زاویه (حمراء)</p>  <p>نامساوی مثلث برای دیدن این نکته کیو آر کد بالا را اسکن کنید!</p>  <p>$b - c < a < b + c$ $a - c < b < a + c$ $a - b < c < a + b$</p> <p>سوال: در یک نامساوی ریاضی چه زمانی مینیمم داریم چه زمانی ماکزیمم؟!</p>